

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАОТИЧНИХ КОЛИВАНЬ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ

Бєломитцев А.С., Дружинін Є.І.

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут», м. Харків

Розглядаються хаотичні змушені коливання, що виникають у цілком детермінованій нелінійній системі, рух якої описує диференціальне рівняння

$$\dot{y} = \varphi(t, y), \quad (1)$$

де y - $2n$ -мірний вектор стану, φ - $2n$ -мірна вектор-функція,

T_1 -періодична по явно вхідному часу t : $\varphi(t, y) = \varphi(t + T_1, y)$.

Найпростіші усталені рухи такої системи – це періодичні коливання, біфуркації яких призводять до появи більш складних сталих рухів.

Визначення періодичного розв'язку рівняння (1) може бути зведено до розв'язання неявно заданого рівняння:

$$y_T(y_0) - y_0 = 0, \quad (2)$$

де $y_0 = y(0)$, $y_T = y(T)$ - вектори стану системи в моменти часу $t = 0$ і $t = T$, $T = rT_1$.

Одним з найбільш ефективних методів розв'язання рівняння (2) є ітераційний процес методу Ньютона. Він дозволяє також обчислювати мультиплікатори λ_i рівняння у варіаціях, які використовуються для оцінки стійкості і аналізу біфуркацій періодичних коливань. Втрата стійкості періодичного розв'язку рівняння (1) пов'язана з виходом одного або пари мультиплікаторів з круга одиничного радіусу. У випадку, коли з'являється дійсний мультиплікатор $\lambda_i < -1$, відбувається біфуркація подвоєння періоду стійкого розв'язку. Послідовність таких біфуркацій, що супроводжується зменшенням у геометричній прогресії інтервалів існування стійких розв'язків подвоєного періоду, підкоряється універсальності Фейгенбаума – це один зі сценаріїв виникнення хаотичних коливань. Другий сценарій – це біфуркації майже періодичних коливань, що супроводжуються руйнуванням інваріантного тору, який у фазовому просторі відповідає майже періодичним коливанням.

Хаотичні коливання були виявлені при розрахунку змушених коливань в різних моделях силових передач машин, джерелом збудження яких є двигун внутрішнього згорання.